

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 08 / 06 / 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: *Μαθηματικά (Άλγεβρα)*

ΠΡΟΧΕΙΡΕΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα Α

A₁. Αποδ. σχ. βιβλίο σελ 31

A₂. α) $\wedge$ β) Σ γ) Σ

A₃ α) $(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$

β) $(\omega x)' = -\eta x$

γ) $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^v w_i}$

Θέμα Β

$$B_1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{x-1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 1+2 = 3$$

Επομένως $k=3$

$$B_2. \text{ Έχουμε } 4, 3, 5, 6, 2 \cdot 3 + 1, 4, 6, 3 + 2, 6, 4.$$

$$\bar{x} = \frac{4+3+5+6+7+4+6+5+6+4}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

$$B_3. s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{x})^2}{n} =$$

$$= \frac{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + (-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + (-1)^2}{10}$$

$$= \frac{1+4+1+1+1+1+1+1}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$$

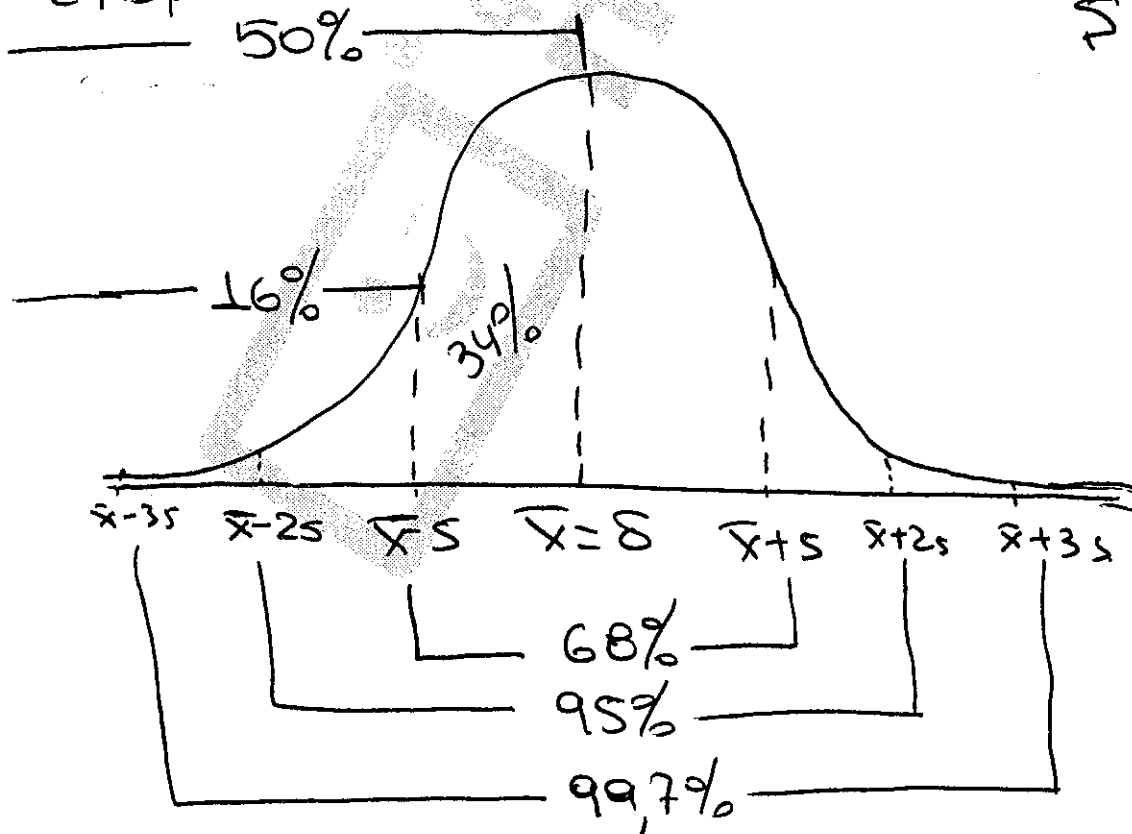
$$B.4 \quad CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{1,4}}{5} \approx \frac{1,18}{5} \approx 0,236$$

Θέμα Γ

Γ₁. Ξέρουμε ότι στην κανονική κατανομή η διαφέρους και η μέση τιμή συμπίπτουν, επομένως αφού έχουμε $\delta = 40$ άρα και $\bar{x} = 40$.

Επίσης το 16% βρίσκεται μικρότερων των 35 ετών αντιστοιχεί στο $\bar{x} - s$

$$\text{Επομένως } \bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow 40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$$



Έχουμε $N = 400$.

Γ3 Οι εργαζόμενοι με ηλικία μεγαλύτερη από 45 ετών είναι το 16%.

Επομένως $0,16 \cdot 400 = 64$ άτομα

Γ4 Οι εργαζόμενοι με ηλικίες άνω των 30 ετών ή κάτω των 45 ετών είναι

$$\text{σε ποσοστό : } \frac{95\%}{2} + \frac{60\%}{2} = 81,5\%$$

Επομένως σε πλίθος είναι

$$0,815 \cdot 400 = 326 \text{ άτομα}$$

Θ έφα Δ

$$\begin{aligned} \Delta_1 \quad f'(x) &= \left(-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \right)' = \\ &= -x^2 + 4x - 3. \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$a = -1$$

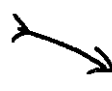
$$\Delta = 4^2 - 4(-1)(-3) = 16 - 12 = 4 > 0$$

$$b = 4$$

$$\gamma = -3$$

$$\rho_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2(-1)} = \frac{-4 \pm 2}{-2}$$

$$= \begin{cases} \frac{-4-2}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3 \\ \frac{-4+2}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
f					

Η f είναι γν. φθίνουσα στα: $(-\infty, 1]$ ή $[3, +\infty)$

Η f είναι γν. αύξουσα στο $[1, 3]$

Δ_2 . Η f εφθάνει στο $x_1 = 1$ τον ελάχιστο

$$\text{το } f(1) = -\frac{1}{3} + 2 - 3 + 1 = -\frac{1}{3}$$

Η f εφθάνει στο $x_2 = 3$ τον μέγιστο

$$\text{το } f(3) = -\frac{1}{3} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = -9 + 18 - 9 + 1 = 1$$

Δ3 Για να είναι παράλληλη η εφαπτομένη στην ευθεία $y = x + 2017$ θα πρέπει, να έχει τον ίδιο συν. διευθύνσης 1.

Εστω $(x_0, f(x_0))$ το σημείο επαφής

Επομένως $1 = f'(x_0)$ ο συν. διευθύνσης

Θα πρέπει λοιπόν $f'(x_0) = 1$.

$$-x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_0 = 2}}$$

Επομένως το σημείο που ψάχνουμε είναι

$$\text{το } (2, f(2)), \text{ με } f(2) = -\frac{1}{3} 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1$$

$$= -\frac{8}{3} + 3 = \frac{9-8}{3} = \frac{1}{3}$$

Άρα $(2, \frac{1}{3})$ το σημείο να ψάχνουμε

$$\Delta 4. \quad f''(x) = (-x^2 + 4x - 3)' = -2x + 4$$

$$\text{Έχουμε } y = -2x + 4.$$

Έχουμε $y_i = -2x_i + 4$ $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

Ξέρουμε ότι $s_x = 3$.

Επίσης γνωρίζουμε ότι

$$\bar{y} = -2\bar{x} + 4 \text{ και}$$

$$s_y = |-2| \cdot s_x \Rightarrow s_y = 2 \cdot s_x$$

Επομένως $s_y = 2 \cdot 3 \Rightarrow s_y = 6$